NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2019

WISKUNDE: VRAESTEL I

NASIENRIGLYNE

Tyd: 3 uur | 150 punte

Hierdie nasienriglyne word voorberei vir gebruik deur eksaminatore en sub-eksaminatore, almal van wie vereis word om 'n standardiseringsvergadering by te woon om te verseker dat die riglyne konsekwent geïnterpreteer en toegepas word in die nasien van kandidate se skrifte.

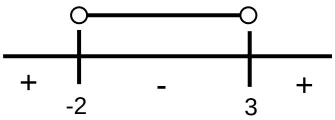
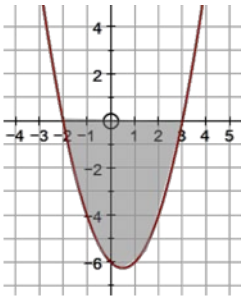
Die IEB sal nie enige besprekings of korrespondensie rakende die nasienriglyne aangaan nie. Dit word erken dat daar verskillende sienings oor sekere sake van belang of detail in die nasienriglyne mag wees. Dit word ook erken dat, sonder die voordeel van die bywoning van 'n standardiseringsvergadering, daar verskillende interpretasies van die toepassing van die nasienriglyne mag wees.

LET WEL:

- Indien 'n leerder 'n vraag meer as een keer beantwoord, sien slegs die EERSTE poging na.
- Deurlopende akkuraatheid geld vir alle aspekte van die nasienmemorandum.

AFDELING A

VRAAG 1

(a)(1)	$2(-2)^2+(-2)+k=0$ $8-2+k=0$ $k=-6$	korrekte vervanging van –2 $k=-6$
(a)(2)	$\therefore 2x^2+x-6=0$ $(2x-3)(x+2)=0$ $\therefore$ Ander wortel is $\frac{3}{2}$	Faktore/korrek vervang in formule $\frac{3}{2}$
(b)(1)	$x-2=3\sqrt{x+2}$ $(x-2)^2=\left(3\sqrt{x+2}\right)^2$ $x^2-4x+4=9(x+2)$ $x^2-13x-14=0$ $(x-14)(x+1)=0$ $x=14$ of $x=-1$ Kontroleer: $x=-1$ is nie geldig nie	Isoleer wortelvorm x^2-4x+4 $9(x+2)$ $x^2-13x-14$ faktore antwoord met seleksie
(b)(2)	$x^2-x-6\le 0$ $(x-3)(x+2)\le 0$ Kritieke waardes: 3; –2  Oplossing: $-2\le x\le 3$	Faktore/kritieke waardes Getallelyn/grafiek $x\ge -2$ $x\le 3$

VRAAG 2

(a)	$A = P(1+i)^n$ $A = 12\ 349\left(1+\frac{0{,}123}{52}\right)^1$ $A = \text{R}12\ 378{,}21$	Vervang P in korrekte formule $\frac{0{,}123}{52}$ $n = 1$
(b)	$P = x\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$ $12\ 349 = 94{,}75\left[\frac{1-\left(1+\frac{0{,}123}{52}\right)^{-52n}}{\frac{0{,}123}{52}}\right]$ $0{,}6917... = (1{,}00236...)^{-52n}$ $\log_{1{,}00236...} 0{,}6917... = -52n$ $n \approx 3$ jaar	$\frac{0{,}123}{52}$ Korrekte *P* en *x* in korrekte formule Skakel om na logaritmes antwoord
(c)	$A = P(1-in)$ $A = 12\ 349(1-0{,}2\times 2)$ $A = 7\ 409{,}40$	$P = 12\ 349$ $0{,}2\times 2$ antwoord
(d)	Saldo uitstaande = A – F $= 12349\left(1+\frac{0{,}123}{52}\right)^{2\times 52} - \frac{94{,}75\left[\left(1+\frac{0{,}123}{52}\right)^{2\times 52}-1\right]}{\frac{0{,}123}{52}}$ $= 15\ 788{,}54384 - 11\ 156{,}97628$ $= \text{R}4\ 631{,}57$ Verminderde bedrag $= \text{R}7\ 409{,}40$ Dus sal dit genoeg wees. **OF** $P = \frac{x\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$ $P = \frac{94{,}75\left[1-\left(1+\frac{0{,}123}{52}\right)^{-52}\right]}{\frac{0{,}123}{52}}$ $P = \text{R}4\ 630{,}90$ Verminderde bedrag $= \text{R}7\ 409{,}40$ Dus sal dit genoeg wees.	Gebruik korrekte formule $n = 104$ in A–F-formule $94{,}75$ koers $\frac{123}{5200}$ Antwoord Gevolgtrekking Korrekte Py-formule 94,75 in P-formule $n \approx 52$ in formule koers $\frac{123}{5200}$ Antwoord Gevolgtrekking

VRAAG 3

(a)(1)	$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{-5(x+h)^2+(x+h)-(-5x^2+x)}{h}$ $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{-5(x^2+2xh+h^2)+x+h+5x^2-x}{h}$ $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{-5x^2-10xh-5h^2+x+h+5x^2-x}{h}$ $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{h(-10x-5h+1)}{h}$ $f'(x)=\lim_{h\to 0}\left(-10x-5h+1\right)$ $=-10x+1$ **OF** $f(x+h)=-5(x+h)^2+(x+h)$ $f(x+h)=-5(x^2+2xh+h^2)+x+h$ $f(x+h)=-5x^2-10xh-5h^2+x+h$ $f(x+h)-f(x)=-5x^2-10xh-5h^2+x+h-(-5x^2+x)$ $f(x+h)-f(x)=-10xh-5h^2+h$ $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{h(-10x-5h+1)}{h}$ $f'(x)=\lim_{h\to 0}\left(-10x-5h+1\right)$ $=-10x+1$	$-5(x+h)^2+(x+h)$ Kwadrering en verdeling Faktorisering notasie Vervang met 0 om –10x + 1 te kry $-5(x+h)^2+(x+h)$ Kwadrering en verdeling Faktorisering Notasie Vervang met 0 om –10x + 1 te kry
(a)(2)	By: $x=1$, $f'(1)=-10(1)+1$ $f'(1)=-9$ $\therefore$ Vergelyking van raaklyn: $y=-9x+c$ Vervang: (1; –4) $-4=-9(1)+c$ $c=5$ $\therefore y=-9x+5$ **OF** By: $x=1$, $f'(1)=-10(1)+1$ $f'(1)=-9$ Vervang: (1; –4) $y-(-4)=-9(x-1)$ $\therefore y=-9x+5$	$f'(1)=-9$ Bereken y-koördinaat van –4 Antwoord $f'(1)=-9$ Bereken y-koördinaat van –4 Antwoord

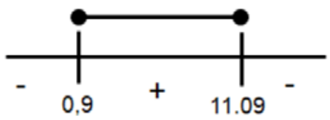
(b)(1)	$y = \dfrac{x^3 + x^{\frac{3}{2}}}{x}$ $y = \dfrac{x^3}{x} + \dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{x}$ $y = x^2 + x^{\frac{1}{2}}$ $\dfrac{dy}{dx} = 2x + \dfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$ $\dfrac{dy}{dx} = 2x + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	x^2 $x^{\frac{1}{2}}$ $2x$ $\dfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$
(b)(2)	$D_x\left[\dfrac{(2x-3)(4x^2+6x+9)}{(4x^2+6x+9)}\right]$ $D_x\left(2x-3\right)$ $=2$	$(2x-3)(4x^2+6x+9)$ $D_x\left(2x-3\right)$ $=2$

VRAAG 4

(4)(a)	$T_n = a+(n-1)d$ $T_n = 5+(n-1)(4)$ $T_n = 4n+1$ $100 = 4n+1$ $4n = 99$ $n = 24\frac{3}{4}$ 24 pentagone	$d = 4$ $T_n = 4n+1$ $T_n = 100$ Antwoord
(b)(1)	$T_1 = 3$ en $T_n = 47$ $S_n = 300$ $S_n = \frac{n}{2}(a+l)$ $300 = \frac{n}{2}(3+47)$ $n = 12$	Korrekte formule $300 = \frac{n}{2}(3+47)$ Antwoord
(b)(2)	$T_n = a+(n-1)d$ $47 = 3+11d$ $d = 4$	Korrekte formule $47 = 3+11d$ Antwoord
(c)	Reeks: $\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+...$ $r = \frac{1}{2}$, konvergerende reeks $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$ $S_\infty = \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{2}}$ $S_\infty = \frac{1}{2}$	Ontwikkeling $r = \frac{1}{2}$ Korrekte formule Antwoord
(d)	$\frac{T_5}{T_3} = \frac{T_7}{T_5}$ $\frac{4}{5p+1} = \frac{1}{4}$ $p = 3$	Stel verhoudings gelyk Korrekte vervanging Antwoord

VRAAG 5

(a)	50	50
(b)	$2a = -4$ $\quad 3a + b = 18 \quad a + b + c = 2$ $a = -2 \quad 3(-2) + b = 18 \quad (-2) + 24 + c = 2$ $b = 24 \quad c = -20$ $T_n = -2n^2 + 24n - 20$ **OF** $2a = -4$ $a = -2$ $T_n = -2n^2 + bn + c$ $T_1: \quad -2 + b + c = 2 \quad \therefore b + c = 4$ … verg. 1 $T_2: \quad -8 + 2b + c = 20 \quad \therefore 2b + c = 28$ … verg. 2 $T_2 - T_1: \quad b = 24$ Vervang in verg. 1: $24 + c = 4 \quad \therefore \quad c = -20$ $T_n = -2n^2 + 24n - 20$ **OF** $T_n = T_2(n-1) - T_1(n-2) + \frac{(n-1)(n-2)}{2} \times (2^{de}$ verskil) $T_n = 20(n-1) - 2(n-2) + \frac{(n-1)(n-2)}{2} \times (-4)$ $T_n = 20n - 20 - 2n + 4 - 2(n^2 - 3n + 2)$ $T_n = 20n - 20 - 2n + 4 - 2n^2 + 6n - 4$ $T_n = -2n^2 + 24n - 20$	Bepaal verskille $a = -2$ $b = 24$ $c = -20$ Bepaal verskille $a = -2$ $b = 24$ $c = -20$ Bepaal verskille $a = -2$ $b = 24$ $c = -20$

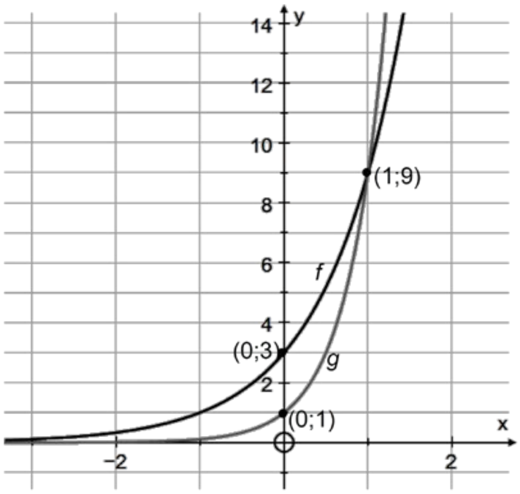
(c)	$T_n = -2n^2 + 24n - 20$ $T_n = -2(n^2 - 12n + 10)$ $T_n = -2\left[(n-6)^2 - 26\right]$ $T_n = -2(n-6)^2 + 52$ Maksimum passasiers is 52 **OF** $T_n' = -4n + 24$ $-4n + 24 = 0$ $n = 6$ Vervang $n = 6$ $T_n = -2(6)^2 + 24(6) - 20$ $T_6 = 52$ Maksimum passasiers is 52	Bepaal n $n = 6$ Antwoord Bepaal n $n = 6$ Antwoord
(d)	Laat n = 12 stoppe $T_{12} = -2(12)^2 + 24(12) - 20$ $\therefore T_{12} = -20$ Ongeldig vanweë negatiewe antwoord **OF** $-2n^2 + 24n - 20 \geq 0$ Passasiers moet ≥ 0 wees Kritieke waardes: $6 \pm \sqrt{26}$  Dus $0{,}9 \leq n \leq 11{,}09$	Vervanging Verduideliking Vervanging Verduideliking

AFDELING B

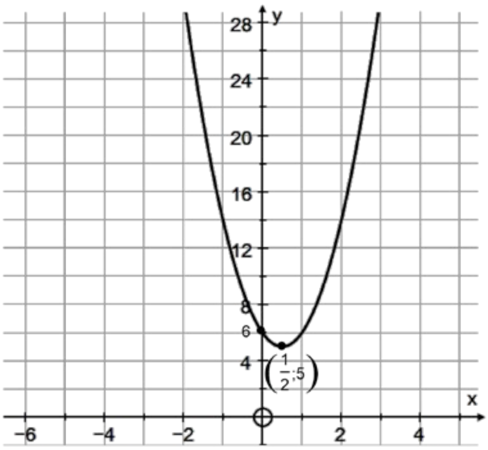
VRAAG 6

(a)	$f(x) > g(x)$ vir $0 < x < 3$	$x > 0$ $x < 3$
(b)	$g(x) = \log_a x$ vervang $(3;1)$ $1 = \log_a 3$ $a = 3$ $f(x) = \sqrt{kx}$ vervang $(3;1)$ $1 = \sqrt{3k}$ $(1)^2 = \left(\sqrt{3k}\right)^2$ $k = \frac{1}{3}$	Vervanging Antwoord Vervanging Antwoord
(c)	$f : y = \sqrt{\frac{1}{3}x}$ $f^{-1} : x = \sqrt{\frac{1}{3}y}$ $x^2 = \frac{1}{3}y$ $y = 3x^2$ vir $x \geq 0$	Verander x en y $y = 3x^2$ Definisiegebied: $x \geq 0$

VRAAG 7

(a)		Vorm van f en g Snyding: (1; 9) **Grafiek g:** Horisontale asimptoot (0; 1) **Grafiek f:** Horisontale asimptoot (0; 3)
(b)	$a^{2x} = 3^{x+1}$ $\dfrac{a^{2x}}{3^x} = 3$ $\left(\dfrac{a^2}{3}\right)^x = 3$ $\log 3_{\left(\frac{1}{3}a^2\right)} = x$ **OF** $x = \log_{\frac{a^2}{3}} 3$ **OF** $x = \dfrac{\log 3}{\log a^2 - \log 3}$	Isoleer *x:* $\left(\dfrac{a^2}{3}\right)^x$ Omskakeling na logaritmes Antwoord

VRAAG 8

(a)(1)	$(2x-1)^2 \geq 0$	Antwoord
(a)(2)		Vorm Draaipunt $\left(\frac{1}{2};5\right)$ y-afsnit: $(0;6)$
(a)(3)	Skuif 5 eenhede af	Antwoord
(a)(4)	$(2x-1)^2 = k$ $4x^2 - 4x + (1-k) = 0$ $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(4)(1-k)}}{2(4)}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{16k}}{8}$ $x = \frac{4 \pm 4\sqrt{k}}{8}$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{k}}{2}$ Wortels is reëel vir $k \geq 0$ **OF** $(2x-1)^2 = k$ $4x^2 - 4x + (1-k) = 0$ $x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(4)(1-k)}}{2(4)}$ $x = \frac{4 \pm \sqrt{16k}}{8}$ Wortels is reëel vir $16k \geq 0 \;\therefore k \geq 0$ **OF** $(2x-1)^2 = k$ $2x - 1 = \pm\sqrt{k}$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{k}}{2}$ Wortels is reëel vir $k \geq 0$	Vervang in formule $x = \frac{1 \pm \sqrt{k}}{2}$ $k \geq 0$ Vervang in formule $x = \frac{4 \pm \sqrt{16k}}{8}$ $16k \geq 0 \;\therefore k \geq 0$ $2x - 1 = \pm\sqrt{k}$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{k}}{2}$ $k \geq 0$

(a)(5)	$y = 4x^2 - 4x + (1+k)$ Vir reëel, ongelyk en rasionaal, $\Delta > 0$ en volkome vierkant $\Delta = (-4)^2 - 4(4)(1+k)$ $\Delta = -16k$ $\therefore k = -1,\ k = -\frac{1}{4},\ k = -\frac{1}{16}$ ens. **OF** $y = 4x^2 - 4x + (1+k)$ Los op vir $4x^2 - 4x + (1+k) = 0$ deur probeer en tref: Wanneer $k = -1$: wortels is reëel, rasionaal en ongelyk Wanneer $k = -4$: wortels is reëel, rasionaal en ongelyk, ens.	$\Delta = -16k$ akkurate waarde van k akkurate waarde van k akkurate waarde van k $4x^2 - 4x + (1+k) = 0$ akkurate waarde van k akkurate waarde van k akkurate waarde van k
(b)	$px^2 + qx + r = 0$ $x = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$ $\therefore P = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$ $x = \frac{-q \pm \sqrt{q^2 - 4pr}}{2}$ $\therefore Q = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2}$ Vir: $P : Q$ $\frac{1}{p}\left[\frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2}\right] : 1\left[\frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2}\right]$ Verhouding: $\frac{1}{p} : 1$ **OF** Verhouding: $1 : p$	$P = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2p}$ $Q = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4pr}}{2}$ Antwoord

VRAAG 9

(a)(1)	$y = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ $y = a(x+3)(x+3)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ Vervang: (0;9) $a = -2$ $y = -2(x+3)^2\left(x - \frac{1}{2}\right)$ $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x^2 + 6x + 9\right)$ $y = -2\left(x^3 + 6x^2 + 9x - \frac{1}{2}x^2 - 3x - 4\frac{1}{2}\right)$ $y = -2\left(x^3 + 5\frac{1}{2}x^2 + 6x - 4\frac{1}{2}\right)$ $y = -2x^3 - 11x^2 - 12x + 9$ **OF** $y = a(x+3)(x+3)(2x-1)$ Vervang: (0;9) $a = -1$ $y = -1(x+3)(x+3)(2x-1)$ $y = -1\left(x^2 + 6x + 9\right)(2x-1)$ $y = -1(2x^3 + 12x^2 + 18x - x^2 - 6x - 9)$ $y = -1(2x^3 + 11x^2 + 12x - 9)$ $y = -2x^3 - 11x^2 - 12x + 9$	Formule Vervanging van afsnitte Vervanging van (0;9) $a = -2$ Antwoord toon a,b,c en d Formule Vervanging van afsnitte Vervanging van (0;9) $a = -1$ Antwoord toon a,b,c en d
(a)(2)	$f(x) = -2x^3 - 11x^2 - 12x + 9$ $f'(x) = -6x^2 - 22x - 12$ $f''(x) = -12x - 22$ $-12x - 22 = 0$ $x = -\frac{11}{6}$	$f'(x) = -6x^2 - 22x - 12$ $f''(x) = -12x - 22$ $x = -\frac{11}{6}$
(b)	$f'(x) = 8$ $-6x^2 - 22x - 12 = 8$ $-6x^2 - 22x - 20 = 0$ $x = -\frac{5}{3}$ of $x = -2$ $E(-2;5)$	$f'(x) = 8$ $x = -2$ $y = 5$

(c)	$y=\frac{2}{x+p}+q$ $p=3$ $y=\frac{2}{x+3}+q$ vervang $(-2;5)$ $5=\frac{2}{-2+3}+q$ $q=3$ $\therefore y=\frac{2}{x+3}+3$	$x+3$ Vervanging $q=3$
(d)	$y=x+6$ **OF** Lyn gaan deur $(-3;3)$ $y=x+c$ ... vervang $(-3;3)$ $\therefore y=x+6$	$y=x$ $y=x+6$ $(-3;3)$ $y=x+6$
(e)	$(-\infty;-3)\cup[-2;0]$	$(-\infty;-3)$ $(\ )$ vanweë asimptoot $[-2;0]$
(f)	$h(x)-k=-2x^3-11x^2-12x+9$ Vir h: y-afsnit $(0;9)$ Vir g: y-afsnit $\left(0;\frac{11}{3}\right)$ $k<-\frac{16}{3}$	y-afsnit $(0;9)$ y-afsnit $\left(0;\frac{11}{3}\right)$ $k<-\frac{16}{3}$

VRAAG 10

	$V = \pi r^2 h + \frac{4}{3}\pi r^3$ $1000 = \pi r^2 h + \frac{4}{3}\pi r^3$ $\pi r^2 h = 1000 - \frac{4}{3}\pi r^3$ $h = \frac{1}{\pi r^2}\left(1000 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)$ ….Verg. 1 Totale buiteopp (S) = Buiteopp silinder + Buiteopp sfeer $S = 2\pi rh + 4\pi r^2$ …. Vervang verg. 1 $S = 2\pi r\left[\frac{1}{\pi r^2}\left(1000 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)\right] + 4\pi r^2$ $S = \frac{2}{r}\left(1000 - \frac{4}{3}\pi r^3\right) + 4\pi r^2$ $S = 2000r^{-1} - \frac{8}{3}\pi r^2 + 4\pi r^2$ $S = 2000r^{-1} + \frac{4}{3}\pi r^2$ $\frac{dS}{dr} = -2000r^{-2} + \frac{8}{3}\pi r$ $\frac{8\pi r}{3} - \frac{2000}{r^2} = 0$ $8\pi r^3 - 6000 = 0$ $r^3 = \frac{6000}{8\pi}$ $r \approx 6{,}2$ vir buiteoppervlakte om 'n minimum te wees	$V = \pi r^2 h + \frac{4}{3}\pi r^3$ Maak *h* onderwerp van formule $h = \frac{1}{\pi r^2}\left(1000 - \frac{4}{3}\pi r^3\right)$ $S = 2\pi rh + 4\pi r^2$ $2000r^{-1} + \frac{4}{3}\pi r^2$ $\frac{dS}{dr} = -2000r^{-2} + \frac{8}{3}\pi r$ Antwoord

VRAAG 11

(a)	$\dfrac{10!}{5!\times 2!\times 3!}$ $= 2\,520$	$10!$ [ ] $\dfrac{[\ \ ]}{5!\times 2!\times 3!}$ Antwoord
(b)(1)	$P(\text{nie gepluk nie}) = 0{,}3\times 0{,}65$ $= 0{,}195$	$0{,}3$ en $0{,}65$ Vermenigvuldiging v bg. Antwoord
(b)(2)	$P(\text{verwerk tot sap})$ $= (0{,}7\times 0{,}6) + (0{,}3\times 0{,}35\times 0{,}6)$ $= 0{,}483$ $\therefore$ Ongeveer 48,3% sal tot sap verwerk word **OF** $P(\text{verwerk tot sap})$ $= (1-0{,}195)\times 0{,}6$ $= 0{,}483$ $\therefore$ Ongeveer 48,3% sal tot sap verwerk word	Dui 0,6 of 60% aan $(0{,}7\times 0{,}6)$ $(0{,}3\times 0{,}35\times 0{,}6)$ $0{,}483$ Dui 0,6 of 60% aan $(1-0{,}195)$ $(1-0{,}195)\times 0{,}6$ $0{,}483$

(b)(3)	Getal lemoene uitgevoer $= 120 \times 172$ $= 20\,640$ P(uitgevoer) $= (0{,}7 \times 0{,}09) + (0{,}3 \times 0{,}35 \times 0{,}09)$ $= 0{,}07245$ $\therefore 7{,}245\%$ uitgevoer Laat getal lemoene $= x$ $\dfrac{20\,640}{x} \times 100 = 7{,}245$ $\therefore x = 284\,886$ lemoene in totaal **OF** Getal lemoene uitgevoer $= 120 \times 172$ $= 20\,640$ P(uitgevoer) $= (1 - 0{,}195) \times 0{,}09$ $= 0{,}07245$ $\therefore 7{,}245\%$ uitgevoer Laat getal lemoene $= x$ $\dfrac{20\,640}{x} \times 100 = 7{,}245$ $\therefore x = 284\,886$ lemoene in totaal	20 640 $(0{,}7 \times 0{,}09)$ $(0{,}3 \times 0{,}35 \times 0{,}09)$ Antwoord 20 640 $(1 - 0{,}195)$ $(1 - 0{,}195) \times 0{,}09$ Antwoord

Totaal: 150 punte