ADVANCED PROGRAMME MATHEMATICS
ELECTIVE MODULE: MATRICES AND GRAPH THEORY

MARKING GUIDELINES

Time: 1 hour   100 marks

These marking guidelines are prepared for use by examiners and sub-examiners, all of whom are required to attend a standardisation meeting to ensure that the guidelines are consistently interpreted and applied in the marking of candidates' scripts.

The IEB will not enter into any discussions or correspondence about any marking guidelines. It is acknowledged that there may be different views about some matters of emphasis or detail in the guidelines. It is also recognised that, without the benefit of attendance at a standardisation meeting, there may be different interpretations of the application of the marking guidelines.

QUESTION 1

1.1 2×3 (2)

1.2 $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 5 & -1 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 6 & 6 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 5 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ (4)

1.3   Translation 3 units right, 1 unit down, repeated
        OR Translation 6 units right, 2 unit down (4)

[10]

QUESTION 2

2.1 $A = -12$ $B = 13$ $C = -1$ (2)

2.2   row 3 – 3 row 1 (2)

2.3 $D = 61$ $E = 183$ (3)

2.4 $y = 3$ $z = 4$ $x = -½$ (3)

[10]

QUESTION 3

3.1 (a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ (2)

(b) $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ (2)

(c) $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (4)

(d) $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 0 & \frac{4}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$

OR $= \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 0 & \frac{4}{3} \\ -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$ (6)

3.2 $\begin{pmatrix} \cos 2A & \sin 2A \\ \sin 2A & -\cos 2A \end{pmatrix}$ $= \begin{pmatrix} 0,342 & -0,94 \\ -0,94 & 0,342 \end{pmatrix}$

$\cos 2A = 0,342$ AND $\sin 2A = -0,94$
$2A = 360^{\circ} - 70^{\circ} = 290^{\circ}$
A = 145°

OR

$\tan 2A = \dfrac{\sin 2A}{\cos 2A}$ $= \dfrac{-0,94}{0,342}$ $= -2,748...$
BUT $\sin 2A < 0$
$2A = 360^{\circ} - 70^{\circ} = 290^{\circ}$
A = 145° (8)

3.3 (a) $\begin{pmatrix} p & q-4 \\ q & p \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 11 \end{pmatrix}$

$2p + 3(q-4) = 2$ $2p + 3q = 14$
$2q + 3p = 11$ $3p + 2q = 11$ **p = 1 q = 4** (8)

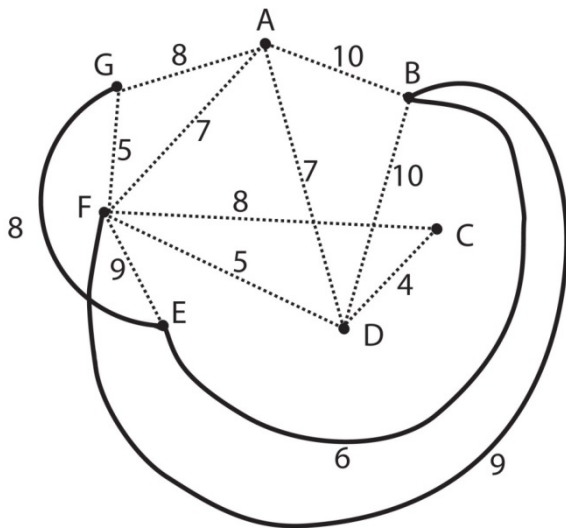(b) $\begin{pmatrix} p & q-4 \\ q & p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ **shear, factor 4, y-axis invariant** (4)

[34]

QUESTION 4

4.1

for correct weights

(-1 for each edge incorrect, or each additional edge not given in adjacency matrix)　　(8)

4.2　　C – D　　　　　　　4
　　　　D – F　and　　F – G　5
　　　　B – E　　　　　　　6
　　　　A – D or A – F　　　7
　　　　E – G　　　　　　　8　　　**length = 35**　　　　　　　　　(8)

[16]

QUESTION 5

5.1　　C – H – G = 43 and E – F = 38　　　　　　　　　　　　　　　　　　(4)

5.2　　A B C D E **F G F** HCAHGA
　　　　　　Circuit with all edges (-1 for each missing edge; -2 if no circuit)
　　　　　　　　FG doubled
　　　　　　　　508 length　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(8)

5.3　　F – G – H – C – A = 1,3 (18 + 23 + 20) + 45 = **124,3**　　　　　　(6)

[18]

QUESTION 6

6.1　　(a)　　G (1)
　　　　(b)　　A, E, J　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(3)
6.2　　(a)　　F　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(1)
　　　　(b)　　B, D, H　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(3)
6.3　　C, I　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(2)
6.4　　3　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(2)

[12]

Total 100 marks